Data Science 2

Vorlesung 5 - Warenkorbanalyse

Prof. Dr. Christian Bockermann

Hochschule Bochum

Wintersemester 2025/2026

Inhalt

1 Frequent Itemsets / Patterns

2 Assoziationsregeln

Frequent Itemsets / Patterns

Frequent Itemset Mining sucht häufige Muster

- Gegeben ist Menge $\mathbf{S}$ von Symbolen (z.B. Artikel)
- Eingabe ist Menge $\mathbf{X}$ von Transaktionen (Einkäufe) über $\mathbf{S}$

$$\mathbf{X} = \{ x \mid x \subseteq \mathbf{S} \}$$

Ziel:

- Frage: Welche Symbole tauchen häufig zusammen auf?
- Finde die Muster $p \in \mathcal{P}(\mathbf{S})$ die in $\mathbf{X}$ am häufigsten vorkommen

Beispiel: Frequent Itemsets auf Einkäufen

ID	Artikel
1	{ A, B, F }
2	{ B, D, E, F }
3	{ C, E }
4	{ B, E, F }
5	{ A, B, E }

Beispiel: **Frequent Itemsets auf Einkäufen**

ID	Artikel
1	{ A, B, F }
2	{ B, D, E, F }
3	{ C, E }
4	{ B, E, F }
5	{ A, B, E }

- Artikel B = Muster { B } taucht in 4/5 der Einkäufe auf

Beispiel: Frequent Itemsets auf Einkäufen

ID	Artikel
1	{ A, B, F }
2	{ B, D, E, F }
3	{ C, E }
4	{ B, E, F }
5	{ A, B, E }

- Artikel B = Muster { B } taucht in 4/5 der Einkäufe auf
- Muster { B, F } taucht in 3/5 aller Einkäufe auf

Beispiel: Frequent Itemsets auf Einkäufen

ID	Artikel
1	{ A, B, F }
2	{ B, D, E, F }
3	{ C, E }
4	{ B, E, F }
5	{ A, B, E }

- Artikel B = Muster { B } taucht in 4/5 der Einkäufe auf
- Muster { B, F } taucht in 3/5 aller Einkäufe auf

Welche Artikel werden häufig zusammen gekauft?

Transaktionsdatenbank

Transaktionen für Frequent Pattern Mining werden in Transaktionsdatenbank gespeichert:

ID	A	B	C	D	E	F
1	1	1	0	0	0	1
2	0	1	0	1	1	1
3	0	0	1	0	1	0
4	0	1	0	0	1	1
5	1	1	0	0	1	0

Transaktionsdatenbank

Transaktionen für Frequent Pattern Mining werden in Transaktionsdatenbank gespeichert:

ID	**A**	**B**	**C**	**D**	**E**	**F**
1	1	1	0	0	0	1
2	0	1	0	1	1	1
3	0	0	1	0	1	0
4	0	1	0	0	1	1
5	1	1	0	0	1	0

Transaktion $\mathbf{t}_1 = \{\ A\ \ B\ \ F\ \}$

Transaktionsdatenbank

Transaktionen für Frequent Pattern Mining werden in Transaktionsdatenbank gespeichert:

ID	A	B	C	D	E	F
1	1	1	0	0	0	1
2	0	1	0	1	1	1
3	0	0	1	0	1	0
4	0	1	0	0	1	1
5	1	1	0	0	1	0

Transaktion $\mathbf{t_1} = \{ \ A \ \ B \ \ F \ \}$

$\mathbf{t_1}$ enthält Muster $\mathbf{p} = \{ \ A \ \ B \ \}$

Allgemein: Wann ist ein Muster häufig?

Sei $\mathcal{D}$ eine Datenbank mit Transaktionen.
Der *support* eines Musters $\boldsymbol{p}$ in einer Datenbank $\mathcal{D}$ ist

$$support(p) = \frac{|\{\, t \in \mathcal{D} \mid p \subseteq t \,\}|}{|\mathcal{D}|}.$$

Allgemein: Wann ist ein Muster häufig?

Sei $\mathcal{D}$ eine Datenbank mit Transaktionen.
Der *support* eines Musters $\boldsymbol{p}$ in einer Datenbank $\mathcal{D}$ ist

$$support(p) = \frac{|\{\, t \in \mathcal{D} \mid p \subseteq t \,\}|}{|\mathcal{D}|}.$$

Muster $\boldsymbol{p}$ ist häufig, wenn $\boldsymbol{support(p)} > \boldsymbol{min_s}$, d.h.

- es taucht in $\boldsymbol{min_s}$ % aller Transaktionen auf
- Parameter $\boldsymbol{min_s}$ vom Benutzer gewählt
- $\boldsymbol{min_s}$ ist der minimale Support

Wie finden wir häufige Muster?

Sei $\mathcal{D}$ die Datenbank mit Transaktionen $\mathbf{t}_i$ und jedes $\mathbf{t}_i \subseteq \mathbf{S}$ eine Menge von Symbolen aus $\mathbf{S} = \{s_1, \ldots, s_k\}$.

Wie finden wir häufige Muster?

Sei $\mathcal{D}$ die Datenbank mit Transaktionen $\mathbf{t}_i$ und jedes $\mathbf{t}_i \subseteq \mathbf{S}$ eine Menge von Symbolen aus $\mathbf{S} = \{s_1, \dots, s_k\}$.

Menge aller möglichen Teilmengen von $\mathbf{S}$ ist die Potenzmenge

$$\mathcal{P}(\mathbf{S}) = \{\{\}, \{s_1\}, \{s_2\}, \dots, \{s_1, s_2\}, \dots, \{s_1, \dots, s_k\}\}$$

Wie finden wir häufige Muster?

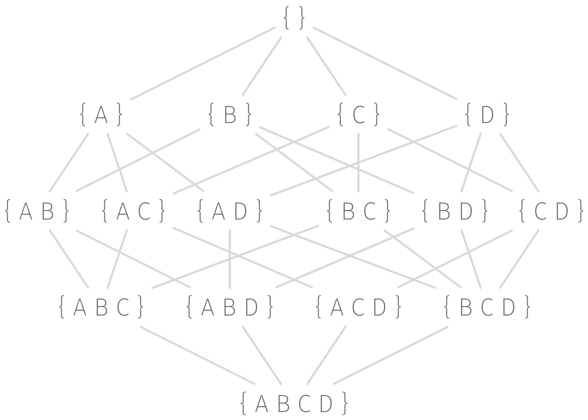
Sei $\mathcal{D}$ die Datenbank mit Transaktionen $\mathbf{t}_i$ und jedes $\mathbf{t}_i \subseteq \mathbf{S}$ eine Menge von Symbolen aus $\mathbf{S} = \{s_1, \ldots, s_k\}$.

Menge aller möglichen Teilmengen von $\mathbf{S}$ ist die Potenzmenge

$$\mathcal{P}(\mathbf{S}) = \{\{\}, \{s_1\}, \{s_2\}, \ldots, \{s_1, s_2\}, \ldots, \{s_1, \ldots, s_k\}\}$$

Wir müssen die Häufigkeit aller Teilmengen aus $\mathcal{P}(\mathbf{S})$ zählen!

Potenzmenge als Teilmengen-Verbund



Problem: Größe der Potenzmenge ist exponentiell

$$|\mathcal{P}(\mathbf{S})| = 2^{|\mathbf{S}|}$$

Problem: Größe der Potenzmenge ist exponentiell

$$|\mathcal{P}(\mathbf{S})| = 2^{|\mathbf{S}|}$$

Beispiel:

- Ein Online-Shop hat 10 Produkte: 1024 Teilmengen

Problem: **Größe der Potenzmenge ist exponentiell**

$$|\mathcal{P}(\mathbf{S})| = 2^{|\mathbf{S}|}$$

Beispiel:

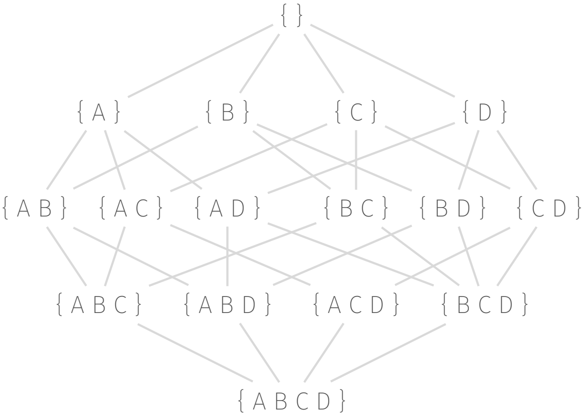
- Ein Online-Shop hat 10 Produkte: 1024 Teilmengen
- Ein Online-Shop hat 100 Produkte: 1267650600228229401496703205376 Teilmengen

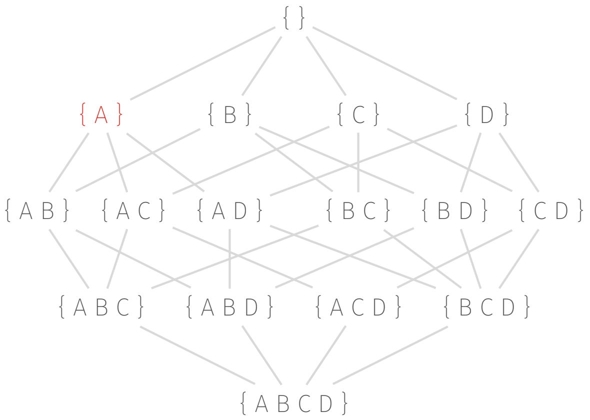
Welcher Shop hat nur 100 Produkte?

Idee: Häufigkeit ist monoton fallend

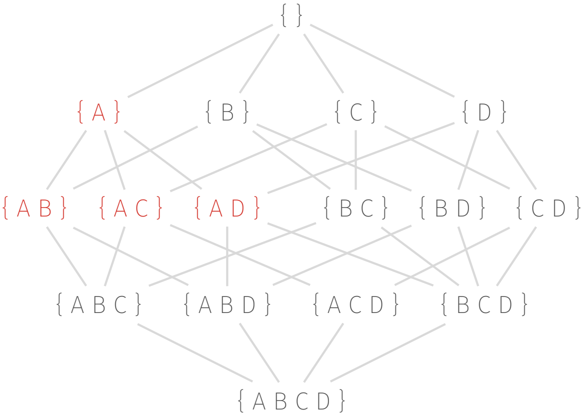
Wenn eine Menge **t** nicht häufig ist, ist jede Menge **p**, die **t** enthält, ebenfalls nicht häufig.

Häufige Mengen - Suchraum



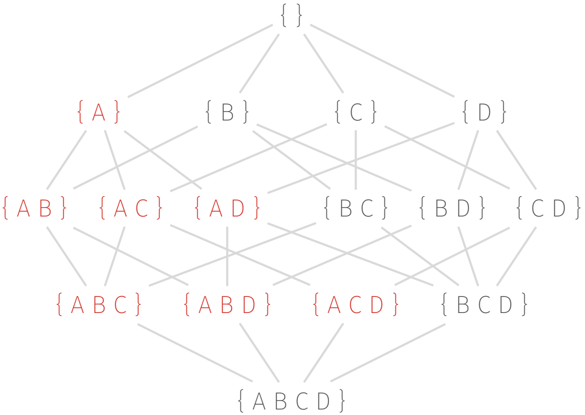


Wenn **{ A }** nicht häufig ist, brauchen wir alle Mengen, die **A** enthalten nicht mehr zu zählen!



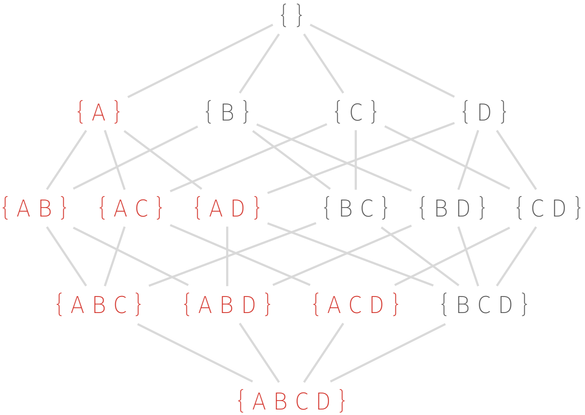
Wenn **{ A }** nicht häufig ist, brauchen wir alle Mengen, die **A** enthalten nicht mehr zu zählen!

Häufige Mengen - Suchraum



Wenn **{ A }** nicht häufig ist, brauchen wir alle Mengen, die **A** enthalten nicht mehr zu zählen!

Häufige Mengen - Suchraum



Wenn **{ A }** nicht häufig ist, brauchen wir alle Mengen, die **A** enthalten nicht mehr zu zählen!

Der Apriori Algorithmus

1. Sei $k = 1$.
   Bilde die k-Elementigen Teilmengen L_k über $\mathbf{S}$ und zähle ihre Häufigkeit.
2. Bilde aus den häufigen k-elementigen Mengen die möglichen $(k+1)$-Mengen L_{k+1}
3. Zähle die Häufigkeit der L_{k+1}-Mengen in $\mathcal{D}$
4. Wenn L_{k+1} noch häufige Mengen enthält, setze $k := k + 1$ und wiederhole ab Schritt 2.
   andernfalls: Stopp.

Der Apriori Algorithmus

- In SciKit Learn leider nicht enthalten
- Modul `mlxtend` enthält Apriori Implementierung

Zusätzlich

- One-Hot-Encoder um Transaktionstabelle (0, 1 pro Symbol) zu erzeugen
- Funktioniert auch mit CountVectorizer
(vgl. Text-Clustering: DataScience 2, 5. Vorlesung)

Beispiel:

```
import pandas as pd
from mlxtend.frequent_patterns import apriori

# Transaktionen laden (pro Artikel 1 Spalte mit 0/1)
txs = pd.read_csv('Kurse/DataScience2/data/
                              transactions.csv')

# Apriori-Algorithmus anwenden:
result = apriori(txs, min_support=0.02,
                 use_colnames=True)

# Ergebnis ist wieder ein DataFrame Objekt!
```

Beispiel: (Ergebnis)

	support	itemsets
32	0.05	(antioxydant, juice)
33	0.05	(cottage, cheese)
34	0.05	(drink, energy)
35	0.05	(fat, low)
36	0.05	(yogurt, fat)
37	0.05	(flour, weat)

Alternative zu Apriori-Algorithmus

- Apriori-Algorithmus basiert auf *Kandidatengenerierung*
- u.U. recht langsam, viele DB-Iterationen

- **FP-Growth** ist alternativer Algorithmus
- Nutzt Kompakte Repräsentation der Datenbank
- nur 2 Iterationen auf DB, danach in-Memory

Häufige Mengen - was nun?

Angenommen, wir haben unsere häufigen Mengen gefunden:

Support	Itemsets
0.53	{ A D }
0.42	{ D F }
0.17	{ A D F }
0.13	{ A C G }

Assoziationsregeln

Assoziationsregeln – Wenn-Dann

Regeln der Art

$$\mathbf{x} \to \mathbf{y}$$

wobei **x** und **y** jeweils Mengen von Symbolen aus **S** sind.

Assoziationsregeln – Wenn-Dann

Regeln der Art

$$\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{y}$$

wobei **x** und **y** jeweils Mengen von Symbolen aus **S** sind.

Wie häufig kommt die Regel in der Datenbank vor?

Für Assoziationsregeln aus einer Datenbank $\mathcal{D}$ ist der Support:

$$support(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{y}) = \frac{support(\mathbf{x} \cup \mathbf{y})}{|\mathcal{D}|}$$

Beispiel:

> Kunden, die Brot und Eier gekauft haben, haben auch Milch gekauft.

Dies läßt sich als Regel formulieren:

$$\{\ \texttt{Brot, Eier}\ \} \rightarrow \{\ \texttt{Milch}\ \}$$

Beispiel:

> Kunden, die Brot und Eier gekauft haben, haben auch Milch gekauft.

Dies läßt sich als Regel formulieren:

$$\{\ \texttt{Brot},\ \texttt{Eier}\ \} \rightarrow \{\ \texttt{Milch}\ \}$$

Der Support der Regel ist:

$$\frac{\mathrm{support}(\{\ \texttt{Brot},\ \texttt{Eier},\ \texttt{Milch}\ \})}{|\mathcal{D}|}$$

Regeln aus häufigen Mengen erzeugen

Regeln werden aus den häufigen Mengen erzeugt. Die Menge

$$\{\ A\ \ B\ \ C\ \}$$

führt zu den Regeln

$$\begin{aligned} \{\ A\ \ B\ \} &\rightarrow \{\ C\ \} \\ \{\ A\ \ C\ \} &\rightarrow \{\ B\ \} \\ \{\ B\ \ C\ \} &\rightarrow \{\ A\ \} \end{aligned}$$

Regeln aus häufigen Mengen erzeugen

Regeln werden aus den häufigen Mengen erzeugt. Die Menge

$$\{ A \; B \; C \}$$

führt zu den Regeln

$$\{ A \; B \} \rightarrow \{ C \}$$
$$\{ A \; C \} \rightarrow \{ B \}$$
$$\{ B \; C \} \rightarrow \{ A \}$$

Das führt zu sehr vielen Regeln!

Welche sind davon relevant?

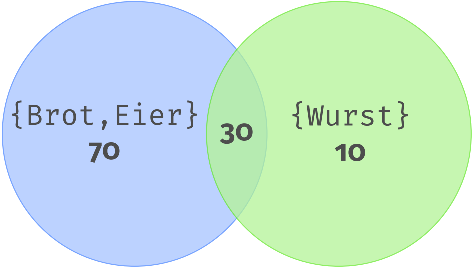
Bewerten von Assoziationsregeln – Konfidenz

Wenn **x** gilt – wie häufig gilt dann auch **y**?

$$conf(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{y}) = \frac{support(\mathbf{x} \cup \mathbf{y})}{support(\mathbf{x})}$$

Beispiel: Konfidenz

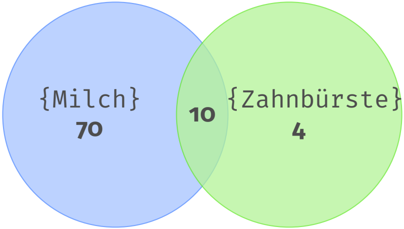
Sei $|\mathcal{D}| = 100$.



$$\frac{\text{support}(\{\texttt{Brot,Eier,Wurst}\})}{\text{support}(\{\texttt{Brot,Eier}\})} = \frac{0.3}{0.7} \simeq 0.428$$

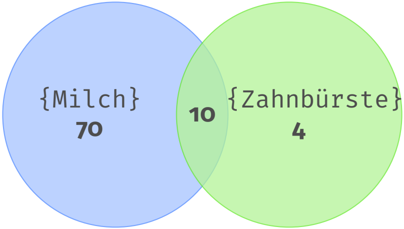
Problem: **Was ist mit sehr populären Artikeln?**

$$\{\ \texttt{Zahnbürste}\ \} \rightarrow \{\ \texttt{Milch}\ \}$$



Problem: Was ist mit sehr populären Artikeln?

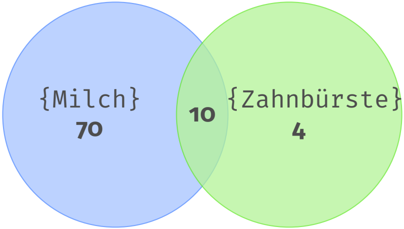
$$\{ \text{ Zahnbürste } \} \rightarrow \{ \text{ Milch } \}$$



$$\frac{\text{support}(\{ \text{ Zahnbürste, Milch } \})}{\text{support}(\{ \text{ Zahnbürste } \})} = \frac{10}{10+4} \simeq \mathbf{0.7}$$

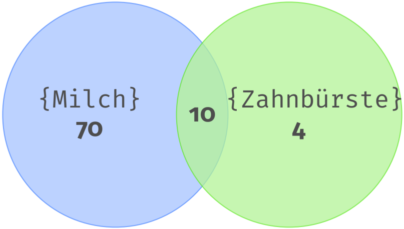
Problem: Was ist mit sehr populären Artikeln?

$$conf(\{\ \texttt{Zahnbürste}\ \} \rightarrow \{\ \texttt{Milch}\ \}) = \mathbf{0.7}$$



Problem: Was ist mit sehr populären Artikeln?

$$conf(\{\ \texttt{Zahnbürste}\ \} \rightarrow \{\ \texttt{Milch}\ \}) = \mathbf{0.7}$$



Wie aussagekräftig ist die hohe Konfidenz für $\{\ \texttt{Zahnbürste}\ \} \rightarrow \{\ \texttt{Milch}\ \}$?

Lift Kriterium

"Das Lift Kriterium gibt die Steigerung der Wahrscheinlichkeit für **y** an, wenn **x** gilt."

$$lift(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{y}) = \frac{support(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{y})}{support(\mathbf{x}) \cdot support(\mathbf{y})}$$

Interpretation:

$$\begin{aligned}
lift(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{y}) > 1 \quad &\Rightarrow \quad \mathbf{x}, \mathbf{y} \text{ sind positiv korreliert} \\
lift(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{y}) < 1 \quad &\Rightarrow \quad \mathbf{x}, \mathbf{y} \text{ sind negativ korreliert} \\
lift(\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{y}) = 1 \quad &\Rightarrow \quad \mathbf{x}, \mathbf{y} \text{ sind unabhängig}
\end{aligned}$$

Assoziationsregeln in Python

- Modul **`mlxtend`** ermöglich Generieren von Regeln
- Häufige Mengen vorab mit z.B. Apriori berechnen

```
from mlxtend.frequent_patterns import
                                    association_rules

# haeufige Mengen berechnen...
freq_patterns = apriori(...)

# Regeln generieren:
rules = association_rules(freq_patterns,
                               metric="confidence",
                               min_threshold=0.7)
```